



## KARTA OPISU PRZEDMIOTU - SYLABUS

Nazwa przedmiotu

Procesy stochastyczne

### Przedmiot

Kierunek studiów

Matematyka w technice

Studia w zakresie (specjalność)

Poziom studiów

drugiego stopnia

Forma studiów

stacjonarne

Rok/semestr

1/1

Profil studiów

ogólnoakademicki

Język oferowanego przedmiotu

polski

Wymagalność

obligatoryjny

### Liczba godzin

Wykład

30

Laboratoria

Inne (np. online)

Ćwiczenia

30

Projekty/seminaria

### Liczba punktów ECTS

4

### Wykładowcy

Odpowiedzialny za przedmiot/wykładowca:

dr Kamil Świątek

Odpowiedzialny za przedmiot/wykładowca:

email: [kamil.swiatek@put.poznan.pl](mailto:kamil.swiatek@put.poznan.pl)

tel. +486652816

Wydział Automatyki, Robotyki i Elektrotechniki

ul. Piotrowo 3a, 60-965 Poznań

### Wymagania wstępne

Student zna podstawowe pojęcia teorii rachunku prawdopodobieństwa. Student stosuje odpowiednie twierdzenia do wyznaczania prawdopodobieństwa zdarzeń losowych, wyznacza parametry zmiennych losowych typu dyskretnego i ciągłego, opisuje zjawiska losowe przy pomocy rozkładów zmiennych losowych. Student rozumie potrzebę dalszego kształcenia.

### Cel przedmiotu

Zapoznanie studenta z podstawowymi pojęciami teorii procesów stochastycznych, pewnymi klasami procesów stochastycznych oraz nabycie przez studenta umiejętności wyznaczania charakterystyk tych procesów. Ponadto student pozna pojęcie całki stochastycznej, nabyte umiejętności wyznaczania całek stochastycznych i różniczek stochastycznych.



## Przedmiotowe efekty uczenia się

### Wiedza

1. Student ma wiedzę z teorii procesów stochastycznych dotyczącą możliwości zastosowania wybranych typów procesów do modelowania odpowiednich zjawisk losowych.
2. Student zna podstawowe pojęcia i twierdzenia teorii procesów stochastycznych oraz przykłady wybranych klas procesów stochastycznych.

### Umiejętności

Student wyznacza charakterystyki procesów stochastycznych, weryfikuje przynależność danego procesu do odpowiedniej klasy procesów stochastycznych, wyznacza całki i różniczki stochastyczne, stosuje odpowiednie typy procesów stochastycznych do modelowania wybranych zjawisk losowych.

### Kompetencje społeczne

1. Student ma świadomość istnienia losowych czynników mających wpływ na modelowane zjawisko.
2. Student jest świadomy roli i znaczenia wiedzy w rozwiązywaniu problemów o charakterze praktycznym.
3. Student ma świadomość konieczności pogłębiania i poszerzania wiedzy.

## Metody weryfikacji efektów uczenia się i kryteria oceny

Efekty uczenia się przedstawione wyżej weryfikowane są w następujący sposób:

### Wykład:

Wiedza nabyta w ramach wykładu jest weryfikowana na podstawie egzaminu. Warunkiem otrzymania pozytywnej oceny jest uzyskanie co najmniej 50% możliwych do zdobycia punktów z wspomnianego wyżej egzaminu.

### Ćwiczenia:

Umiejętności nabyte w ramach zajęć ćwiczeniowych weryfikowane są na podstawie 2 kolokwiów. Warunkiem otrzymania pozytywnej oceny jest uzyskanie co najmniej 50% możliwych do zdobycia punktów z dwóch kolokwiów łącznie.

### Skala ocen:

- 0%-50% - 2.0,
- 50%-60% - 3.0,
- 60%-70% - 3.5,
- 70%-80% - 4.0,
- 80%-90% - 4.5,
- 90%-100% - 5.0.

## Treści programowe

### Wykład:

1. Podstawowe pojęcia teorii procesów stochastycznych (definicja procesu stochastycznego, trajektoria procesu stochastycznego, przykład zjawiska będącego procesem stochastycznym, modyfikacja procesu stochastycznego, nierozróżnialność procesów stochastycznych).
2. Probabilistyczny opis procesu stochastycznego (charakterystyki procesu stochastycznego,



nieskorelowane procesy stochastyczne, skończenie wymiarowe rozkłady procesu stochastycznego, Twierdzenie Kołmogorowa o istnieniu procesu stochastycznego, niezależność procesów stochastycznych, stacjonarność procesu stochastycznego, proces gaussowski).

3. Postać kanoniczna procesu stochastycznego (sprowadzanie procesu stochastycznego do postaci kanonicznej, aproksymowanie procesu stochastycznego procesem w postaci kanonicznej).

4. Procesy o przyrostach nieskorelowanych i procesy o przyrostach niezależnych (przyrost procesu stochastycznego, definicja procesu o przyrostach nieskorelowanych, definicja procesu o przyrostach niezależnych, jednorodny proces Poissona i jego własności).

5. Sygnały telegraficzne (procesy synchroniczne i asynchroniczne).

6. Proces Markowa (definicja procesu Markowa, łańcuch Markowa, jednorodny proces Markowa, stacjonarny łańcuch Markowa, równanie Chapmana-Kołmogorowa, układ równań różniczkowych Kołmogorowa).

7. Różniczkowalność i całkowalność procesu stochastycznego w sensie średniokwadratowym (ciągłość w sensie średniokwadratowym, pochodna w sensie średniokwadratowym, całka w sensie średniokwadratowym, ergodyczność procesu stochastycznego).

8. Elementy analizy widmowej stacjonarnych procesów stochastycznych (gęstość widmowa procesu stochastycznego, wzajemna gęstość widmowa procesów stochastycznych).

9. Martyngały i momenty Markowa (filtracja, definicja martyngału i jego własności, podmartyngał i nadmartyngał, definicja momentu Markowa (czasu zatrzymania, momentu stopu) i jego własności).

10. Proces Wienera (definicja procesu Wienera i jego własności, Twierdzenie Kołmogorowa o ciągłej modyfikacji).

11. Całka stochastyczna typu  $It\hat{o}$  (konstrukcja całki stochastycznej typu  $It\hat{o}$  i jej własności, proces  $It\hat{o}$ , różniczka stochastyczna typu  $It\hat{o}$ , Lemat  $It\hat{o}$ ).

Ćwiczenia:

1. Charakterystyki procesów stochastycznych zadanych analitycznie.

2. Charakterystyki sum i iloczynów procesów stochastycznych.

3. Postać kanoniczna procesu stochastycznego.

4. Przykłady procesów stochastycznych o przyrostach niezależnych.

5. Zastosowanie procesów stochastycznych do modelowania sygnałów telegraficznych.

6. Przykłady procesów Markowa.

7. Wybrane zadania z problemów masowej obsługi.

8. Charakterystyki procesów stochastycznych różniczkowalnych i całkowalnych w sensie średniokwadratowym.

9. Elementy analizy widmowej stacjonarnych procesów stochastycznych.

10. Martyngały i momenty Markowa.

11. Proces Wienera.

12. Zastosowanie formuły  $It\hat{o}$  do wyznaczania całek i różniczek stochastycznych typu  $It\hat{o}$ .

### Metody dydaktyczne

Wykład: wykład tradycyjny (teoria przedstawiana w powiązaniu z aktualną wiedzą studentów).



Ćwiczenia: ćwiczenia tablicowe (rozwiązywanie wcześniej udostępnionych zadań z pomocą prowadzącego).

### Literatura

#### Podstawowa

1. A. Plucińska, E. Pluciński, Probabilistyka: statystyka matematyczna, procesy stochastyczne, rachunek prawdopodobieństwa, Wydawnictwo Naukowe PWN SA, Warszawa 2017.
2. M. Matalytski, O. Tikhonenko, Procesy stochastyczne, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa 2011.
3. A. Pieniążek, J. Weiss, A. Winiarz, Procesy stochastyczne w problemach i zadaniach, Wydaw. Politechniki Krakowskiej im. Tadeusza Kościuszki, Kraków 2007.

#### Uzupełniająca

1. R. Sz. Lipcer, A. N. Sziriajew, Statystyka procesów stochastycznych: filtracja nieliniowa i zagadnienia pokrewne, PWN, Warszawa 1981.
2. A. Iwanik, J. K. Misiewicz, Wykłady z procesów stochastycznych z zadaniami. Cz. 1: Procesy Markowa, Oficyna Wydaw. Uniwersytetu Zielonogórskiego, Zielona Góra 2009.

### Bilans nakładu pracy przeciętnego studenta

|   | Godzin | ECTS |
|---|--------|------|
| Łączny nakład pracy   | 100    | 4,0  |
| Zajęcia wymagające bezpośredniego kontaktu z nauczycielem   | 64     | 3,0  |
| Praca własna studenta (studia literaturowe, przygotowanie do ćwiczeń, przygotowanie do kolokwium, przygotowanie do egzaminu) <sup>1</sup> | 36     | 1,0  |

<sup>1</sup> niepotrzebne skreślić lub dopisać inne czynności